

令和 5 年 1 月 2 3 日

福岡県教育委員会教育長 殿

所属校名 春日市立春日西中学校

職・氏名 教諭 林 一 寿

指導者名 加藤 晋也

山田 健司

研修最終報告書

このたび、長期派遣研修員として、下記のとおり研修をしましたので報告いたします。

記

1 研修種別 C 福岡教育大学附属福岡中学校研修員

2 研修場所及び所在地 福岡教育大学附属福岡中学校
〒810-0061 福岡市中央区西公園12番1号
電話番号 (092) 771-8381
FAX番号 (092) 732-1147

3 研究主題及び副題

統合的・発展的に考察する生徒を育てる数学科学習指導法の研究
～問いが生まれる問題設定と振り返りの工夫を通して～

4 研究内容の概要

(1) 研究の目標

中学校数学科学習指導において、統合的・発展的に考察する力を育てるための、問いが生まれる問題設定と振り返りの工夫を位置付けた数学科学習指導法の在り方を究明する。

(2) 研究の仮説

中学校数学科学習指導において、問いが生まれる問題設定と振り返りの工夫を繰り返し行えば、新たな問題に出会ったときに、既習内容を基に問題解決の見通しをもち、既習内容と比較したり、関連付けたりすることで新たな数学的な見方・考え方を見いだすことができ、見いだした数学的な見方・考え方をもとに新たな問いをつくりだし、その結果、統合的・発展的に考察する生徒を育てることができるであろう。

(3) 研究の内容

- 統合的・発展的に考察する生徒を育むための学習過程の在り方
 - ・問いが生まれる問題設定を取り入れた学習過程の在り方
 - ・振り返りの工夫を取り入れた学習過程の在り方

(4) 主題・副主題の意味

① 主題について

ア 「統合的に考察する」とは

問題解決の結果や過程を振り返る中で、既習の数学的な知識や技能、見方・考え方と新たに見いだした数学的な知識や技能、見方・考え方を比較したり、関連付けたりしながら共通点や相違点を整理したり、広い範囲で適用できるように一般化したりすることである。

イ 「発展的に考察する」とは

問題解決の結果や過程を振り返った後、問題を構成する条件を変えても、既習の数学的な知識や技能、見方・考え方が適用できるのか、また、他の解法や図形の性質などはないのかという視点で新たな問いや数学的な知識や技能、見方・考え方を見いだすことである。

ウ 「統合的・発展的に考察する」とは

問題解決の結果や過程を振り返る中で、既習の内容と新たに見いだした内容とを比較したり、関連付けたり、問題を構成する条件を変えて、既習の数学的な知識や技能、見方・考え方を基に新たな問いや数学的な知識や技能、見方・考え方を見いだしたりすることである。

② 副主題について

ア 「問い」とは

提示された問題を解決しようとするときに、生徒は「どんな考え方が使えそうか」「これまでと何が同じで何が違うのか」といった数学的な知識や技能、見方・考え方に関する様々な疑問のことである。

イ 「問いが生まれる問題設定」とは

【資料1】(相馬(2017), 鈴木(2015))のような、タイプに応じた問いの種類を単元構成に設定した各段階に沿って、問題を教師が提示することである。

佐藤ら(2017)は、数学に関する問いは、その問いを解決したら終わりという終局的なものではない。「問題に出合う場面」「問題を解決する場面」「問題の解決を振り返る場面」とそれぞれの場面において問いが生まれ、その問いを追求する過程で新たな問いが生まれ、問いの連鎖【資料2】が起きますと提唱している。また、中村(1993)は、問いを生む問題に

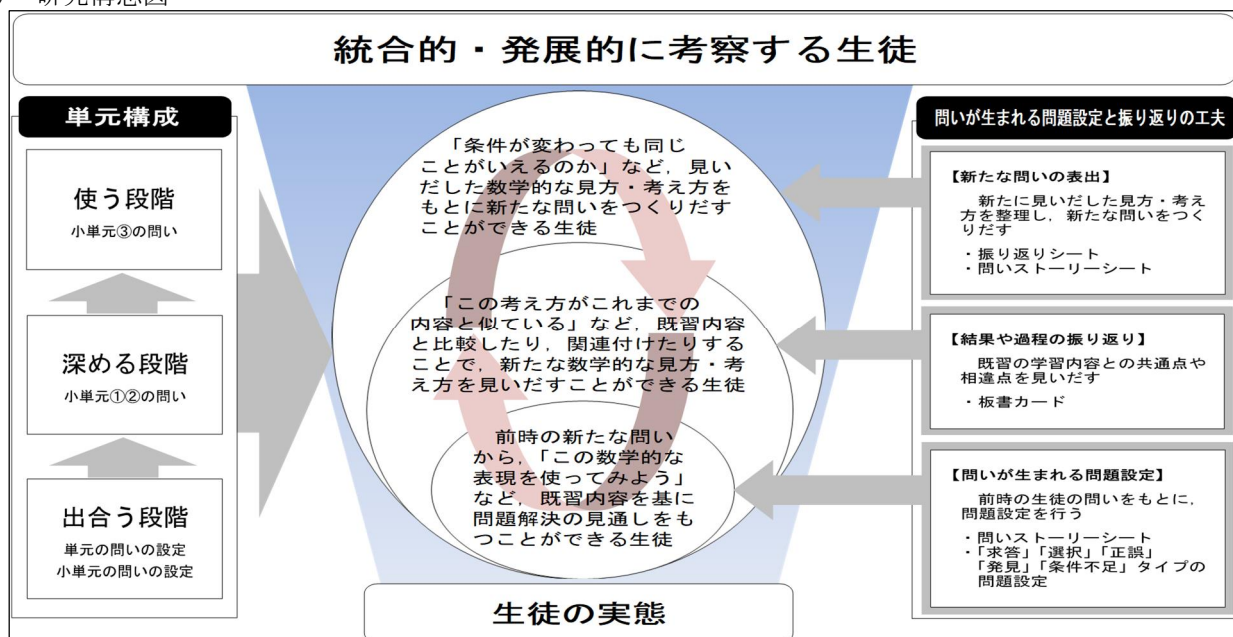
「既習事項を用いて自力解決できるもの」「共通の課題を生み出すもの」「解決過程や結果に多様性があるもの」「新しい課題を生むもの」としている。つまり、問題設定によって表出された問いから、新たな問いをつくりだす学習過程の中で、新たな問いをつくりだす際に、【資料3】のような問いストーリーを用いて生徒の考えを表出させる。

ウ 「振り返りの工夫」とは

一単位時間の授業に「結果や過程の振り返り」の場面を設定し、ICTを活用した前時と本時の板書を載せた板書カードを用いて、既習の学習内容と新たに見いだした内容とを比較させたり、関連付けさせたり、それらを【資料4】のような振り返りカードを用いて整理させたりすることである。

梶浦(2016)は、振り返りの視点の「新たな気づき」において、「～を使えば、問題を解決することが分かった」など、授業の途中で振り返り、新たに気付いたことを表出させることを提唱している。問題を解決するためには、必ず既習の内容を基にして考えることになるが、そのときに働いた数学的な見方・考え方は何なのか、既習の内容と比較して、関連付けられているところはどこなのかを整理する活動を仕組んでいく。

(5) 研究構想図



【資料1】問いの種類

タイプ	問題設定例
求答	「～はいくつ」など
選択	「～はどちらか」「～はどれか」など
正誤	「～は正しいか」など
発見	「～何がわかるか」「～はどんなことがいえるか」など
条件不足	必要な条件を無くすなど

【資料2】問いの連鎖



【資料3】問いストーリーシート

Toi STORY 問いストーリー 単元名 図形と相似

小単元①の問い 相似な図形の対象を三角形に焦点を絞ると、どのような条件や性質が盛り込まれるのか。

○さらに知りたい・調べてみたい・考えてみたいこと、疑問に思ったこと、不思議に思ったこと、ひっかかったこと etc.

五角形など辺の数が増えても中点連結定理を使って証明することができるか

Clear度 4 ・ 3 ・ 2 ・ 1

※単元の終わりに評価しよう

【資料4】振り返りシート

振り返りシート 単元名 図形と相似

小単元①の問い 相似な図形の対象を三角形に焦点を絞ると、どのような条件や性質が盛り込まれるのか。

○今日の学びの中で、自分に最も影響を与えたのは、
自分・先生・さん)の

三角形の底辺となる補助線を引いて、相似な図形を作って中点連結定理を使うようにする
という気づきや考え方や発言でした。これまでの学習と関連付けて振り返ると、
補助線を引いて、定理が使える状況を作るといいと分かった。

○今日の授業の大切な考え方・新しい発見
四角形の各辺の中点を結んで出来た四角形は平行四辺形になる。

- (6) 検証の方法
- 解決過程や思考過程を記述した学習プリントの内容分析
 - 振り返りシートや問いストーリーシートの内容分析
 - 抽出生徒の様相観察、その後の変容分析
- (7) 実践と考察
- ① 単元名「図形と相似」
 - ② ねらい

問いが生まれる問題を設定し、既習の図形の性質と新たに見いだした図形の性質を比較したり、関連付けたりしながら、解決過程や結果を振り返る活動を行うことを通して、新たな図形の性質を見いだすとともに共通する考え方はないか、さらに問題を構成する条件を変えても既習の図形の性質は成り立つのかという視点で図形を考察し、新たな問いをつくりだすことができるようになる。

③ 授業の実際

ア 「出合う」段階

この段階は、合同な図形の性質を基に問題解決の見通しをもたせ、もとの図形と作図した図形の辺の長さや角の大きさを比較させたり、関連付けたりすることを通して、これまでの図形の性質の範囲の拡張を見いだすとともに、単元や小単元の問いをつくりだすことをねらいとした。

まず、【資料5】に示すような「発見」問題を提示し、問題解決の見通しをもたせた。ここでは、「同じ」大きさであることから合同な図形の性質と関連付けて、「辺の長さや角の大きさを調べればよい」という見通しをもたせた。次に、【資料6】に示すような課題を提示した。ここでは、もとの図形と作図した図形を関連付けて、辺の長さや角の大きさを比較させた。さらに、変わらないものに注目させ、「同じ大きさの図形では、辺の長さの比と角の大きさは変わらない」という相似な図形の性質を見いださせた。最後に、振り返りシートを用いて合同な図形の性質の学習内容と関連付けさせたことで、【資料7】のような単元や小単元の問いをつくりださせた。

【資料5】提示した問題「発見」

右の図と「同じ」形を作図するには、どのようにしたらよいか。



【資料6】問いから生まれた課題

2つの図形を比較して、変わるものと変わらないものは何か。

【資料7】本時からつくりだされた問いストーリーシート

問いストーリー	単元名	図形と相似
これまでの学習と比較して、さらに知りたい・調べてみたい・考えてみたいこと、疑問に思ったことなどから単元の問いをつくらせたら、どういった問いになるか	合同な図形のように性質や定理があるのか知りたかった。	相似の特徴から、日常生活の中でどのようなところに活用されているのか探る。
小単元①②につながる問い	小単元③につながる問い	
Clear度 4・3・2・1	Clear度 4・3・2・1	

イ 「深める」段階

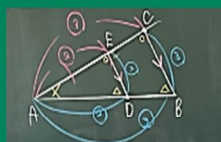
この段階は、新たな問いから頂点の数や線分の位置に着目して問題解決の見通しをもたせ、既習の図形の性質と関連付けたり、解決過程を比較させたりする活動を通して、新たな図形の性質を見いだすとともに、既習内容と共通する考え方はないか、問題を構成する条件を変えても見いだした新たな図形の性質は成り立つのかという視点で、新たな問いをつくりだすことをねらいとした。

まず、新たな問いから【資料8】に示すような「正誤」問題を提示し、問題解決の見通しをもたせた。ここでは、点の動く範囲が広がることから提示された問題以外の図形があることに気付かせ、「図形が変わっても相似を証明すればよい」という見通しをもたせた。次に、前回証明した辺の比が直線上でも同様に成り立つかを証明させた。ここでは、線分上で成り立つことができた証明の板書を用いて証明を進めさせた。さらに、【資料9】のような板書カードを用い

【資料9】前時と本時を比較する板書カード

変わるものと変わらないもの

線分上に点を取り、平行線を引く



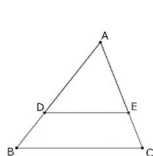
△ABCにおいて、点D, EがDE//BCの条件で、直線AB, AC上を動いても、AD:AB=AE:AC=DE:BCは、いつでもいえるだろうか。

△ABCにおいて、点D, EがDE//BCの条件で、直線AB, AC上を動いても、AD:AB=AE:AC=DE:BCは、いつでもいえるだろうか。

△ABCにおいて、点D, EがDE//BCの条件で、直線AB, AC上を動いても、AD:AB=AE:AC=DE:BCは、いつでもいえるだろうか。

【資料8】提示した問題「正誤」

△ABCにおいて、点D, EがDE//BCの条件で、直線AB, AC上を動いても、AD:AB=AE:AC=DE:BCは、いつでもいえるだろうか。



直線上に点を取り、平行線を引く

直線上に点を取り、平行線を引く

△ABCにおいて、点D, EがDE//BCの条件で、直線AB, AC上を動いても、AD:AB=AE:AC=DE:BCは、いつでもいえるだろうか。

△ABCにおいて、点D, EがDE//BCの条件で、直線AB, AC上を動いても、AD:AB=AE:AC=DE:BCは、いつでもいえるだろうか。

△ABCにおいて、点D, EがDE//BCの条件で、直線AB, AC上を動いても、AD:AB=AE:AC=DE:BCは、いつでもいえるだろうか。

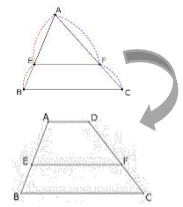
て解決過程を比較させ、見いだした共通点を振り返りシートを用いて整理させた。ここでは、点の位置が線分上と直線上で、変わるものと変わらないものとを比較させ、「点の動く範囲が変わることによって図形も変わる」ことや「三角形の直線上の点を通る平行線でも、線分上と同様に対応する辺の比は変わらない」ことを見いださせた。最後に、問いストーリーを用いて【資料10】のような「頂点の数」や「線分の種類」に視点をもった問いが作りだされたため、【資料11】のような「正誤」問題を設定した。

【資料10】本時から作りだされた問いストーリーシート

問いストーリー	単元名	図形と相似
小単元の問い	相似図形の性質を二図形に共通する。どのような条件で相似が成り立つのか。	
○さらに知りたい・調べてみたい・考えてみたいこと、疑問に思ったこと、不思議に思ったこと、ひっかかったこと etc.		
三角形ではなく四角形の平行線上の比は三角形と同じ辺の相似比が同様になるのか。		
頂点の数における視点		
Clear度	4	3・2・1

【資料11】提示した問題 正誤

△ABCにおいて、三角形から四角形に変えるために、点AがAD//EF//BCの条件で半直線AD上を動いても、 $AE:EB=DF:FC$ は、いつでもいえるだろうか。



ウ 「使う」段階

この段階では、日常生活や社会において具体的な事象を取り上げ、新たな問いから既習の図形の性質と関連付けて問題解決の見通しをもたせたり、解決過程を比較させたりする活動を通して、これまで獲得した数学的な知識や技能、見方・考え方から相似な図形の有用性を見いだすとともに、新たな問いをつくりだすことをねらいとした。

まず、新たな問いから、【資料12】に示すような「条件不足」問題を提示し、問題解決に必要な条件を探らせ、見通しをもたせた。ここでは、図形の範囲が「平面」から「空間」に広がったことで、「体積比を用いるためには、2つのチーズが相似かどうかを明らかにする必要がある」ことに気付かせ、「チーズの高さと底面の半径を知る必要がある」という見通しをもつことができた。次に、どちらを買った方がお得かを考えさせた。ここでは、前時の板書を用いて、面積比の考え方と関連付けて解決させた。さらに、板書カードを用いて解決過程を比較させ、見いだした共通点を振り返りシートを用いて整理させた。ここでは、相似な図形の面積比と体積比を用いて解決した考え方を比較させ、「2つの図形が常に相似であれば、相似比から面積比や体積比を求めて、どちらかを基準にして値段や比率と比較すればよい」という相似な図形の有用性を見いださせた。最後に、問いストーリーを用いて新たな問いをつくりださせ、これまで解決することができなかった問いを解決する「単元レポート」に取り組ませた。ここでは、【資料13】のような「頂点の数」や「線分の種類」に視点にもった問いが作りだされた。また、「単元レポート」では面積比と体積比の融合問題【資料14】から、これまで獲得した数学的な知識や技能、見方・考え方から新たな数学的な知識や技能、見方・考え方を見いださせた。

【資料12】提示した問題 条件不足 選択

普通サイズのチーズとビッグサイズのチーズがあります。ビッグサイズのチーズを1個買うのと、普通サイズのチーズ6個のどちらを買ったほうがお得になると考えられるか。



【資料13】本時から作りだされた問いストーリーシート

問いストーリー	単元名	図形と相似
小単元の問い	相似図形の性質を二図形に共通する。どのような条件で相似が成り立つのか。	
○さらに知りたい・調べてみたい・考えてみたいこと、疑問に思ったこと、不思議に思ったこと、ひっかかったこと etc.		
今回はビッグサイズが普通サイズの半径も高さも2倍だったけれど半徑が違ふのどちらかだけが2倍だったかどうかというふうになるか知りたい。		
線分の長さにおける視点		
Clear度	4	3・2・1

問いストーリー	単元名	図形と相似
小単元の問い	相似図形の性質を二図形に共通する。どのような条件で相似が成り立つのか。	
○さらに知りたい・調べてみたい・考えてみたいこと、疑問に思ったこと、不思議に思ったこと、ひっかかったこと etc.		
ピザやチーズなど円や円柱について考えたので次は球で求めるとどうなるのかを知りたいと思った常にある相似な図形における視点		
Clear度	4	3・2・1

【資料14】これまで解決できなかった問い

問い
面積比と体積比を融合させた問題を作ることが出来るのか。また、その問題はどのような要素から解くことが出来るのか。既習内容をもとにした視点
問いの設定理由
面積比と体積比の性質を相似な図形や立体の2つの性質を合わせた問題で自分自身で作ることが出来る。また、他の単元でも応用が利くと思ったため。

④ 考察

ア 抽出生の変容について

視点1

「出合う」段階において、合同な図形の性質を基に問題解決の見通しをもたせ、もとの図形と作図した図形の辺の長さや角の大きさを比較させたり、関連付けたりすることを通して、これまでの図形の性質の範囲の拡張を見いだすとともに、単元や小単元の問いをつくりだすのに有効であったか。

【資料15】抽出生Aの振り返りシートと問いストーリーシート

振り返りシート	単元名	図形と相似
○これまでの学習のこの考えを使ったから、今日の授業でこれが分かるようになった。できるようになった		
小学校のときに習った図形の拡大と縮小の授業の考えを使ったから、相似の授業で角度の大きさなどが変わらないということを知った。		
○今日の授業の大切な考え方・新しい発見		
辺の比と角度の大きさは変わらない 角の回りにもたくさんある		

問いストーリー	単元名	図形と相似
○今日の学習（相似な図形）とこれまでの学習（合同な図形）と比較して、知りたいこと・調べてみたいこと・考えてみたいこと、疑問に思ったこと		
相似な図形のできる条件はどのようなものがあるのか。		
Clear度	4	3・2・1

【資料16】抽出生Bの振り返りシートと問いストーリーシート

振り返りシート	単元名	図形と相似
○これまでの学習のこの考えを使ったから、今日の授業でこれが分かるようになった。できるようになった		
1. 2年の頃に習った図形の性質を元と考えていった。すると、図形を比べて「変わるもの」と「変わらないもの」を見出すことができた。		
○今日の授業の大切な考え方・新しい発見		
「同じ形」で異なる大きさの図形を相似といい、対応する辺の長さの比や角の大きさが等しい。		

問いストーリー	単元名	図形と相似
○今日の学習（相似な図形）とこれまでの学習（合同な図形）と比較して、知りたいこと・調べてみたいこと・考えてみたいこと、疑問に思ったこと		
相似な図形にはどのような特徴があるのか。		
Clear度	4	3・2・1

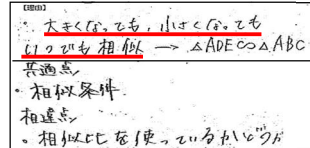
抽出生Aは、小学校で学習した図形の拡大・縮小の性質と新たな図形の性質を関連付けて振り返ることができた。また、既習内容の三角形の合同条件と関連付けた問いがつくりだされた【資料15】。抽出生Bは、合同な図形の性質と関連付けることで新たな図形の性質を見いだすことができた。また、問いストーリーを用いてつくりだされた問いが本質的な問いに迫るものになった【資料16】。

視点2

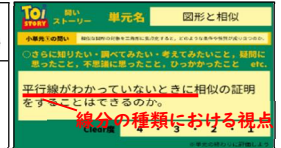
「深める」段階において、新たな問いから頂点の数や線分の位置に着目して問題解決の見通しをもたせ、既習の図形の性質と関連付けたり、解決過程を比較させたりする活動を通して、新たな図形の性質を見いだすとともに、既習内容と共通する考え方はないか、問題を構成する条件を変えても見いだした新たな図形の性質は成り立つのかという視点で、新たな問いをつくりだすのに有効であったか。

抽出生Aは、点の動く範囲が広がることから提示された問題以外の図形があることに気付くことができ、「図形が変わっても相似を証明すればよい」という見通しをもつことができた。しかし、解決過程を振り返らせ、共通点と相違点を比較させた際は、「三角形の直線上の点を通る平行線でも、線分上と同様に対応する辺の比は変わらない」ことを見いだすことができなかった【資料17】。新たな問いでは、「線分の種類」に視点をおいた問いをつくりだすことができ、手立てとして有効であった【資料18】。抽出生Bも同様に、「図形が変わっても相似を証明すればよい」という見通しをもつことができた。また、解決過程を振り返らせ、変わるものと変わらないものを比較させた際は、「平行線を使っている」といった「線分の種類」に視点をもった記述や「点が動くことによって図形が変わる」といった「点の位置」に着目した記述が見られ、手立てとして有効であった【資料19】。新たな問いでは抽出生Aと同様に、「線分の種類」に視点をもった問いをつくりだすことができ、手立てとして有効であった【資料20】。

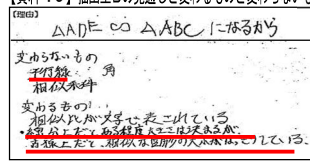
【資料17】 抽出生Aの見通しと共通点と相違点



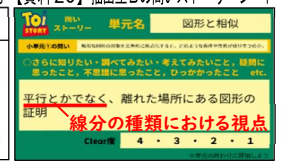
【資料18】 抽出生Aの問いストーリーシート



【資料19】 抽出生Bの見通しと変わるものと変わらないもの



【資料20】 抽出生Bの問いストーリーシート

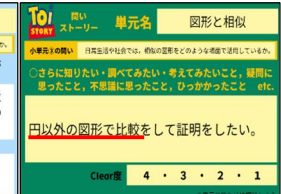
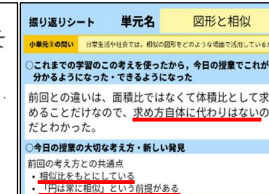
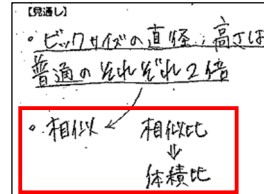


視点3

「使う」段階では、日常生活や社会において具体的な事象を取り上げ、新たな問いから既習の図形の性質と関連付けて問題解決の見通しをもたせたり、解決過程を比較させたりする活動を通して、これまで獲得した数学的な知識や技能、見方・考え方から相似な図形の有用性を見いだすとともに、新たな問いをつくりだすのに有効であったか。

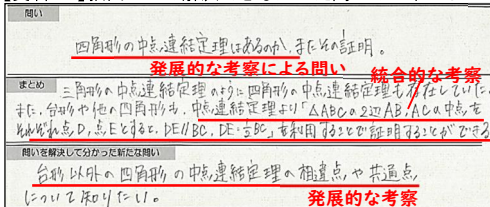
「条件不足」問題を設定したことにより抽出生Aは、相似かどうかを調べる必要性に気付くことができ、相似比から体積比という見通しをもつことができた。また、振り返りシートを用いて、既習内容と関連付けて解決する必要性について整理する記述が見られ、振り返りシートが手立てとして有効であった。さらに、問いストーリーシートを用いて、「常に相似である円以外の図形ではどうなるのか」といった「図形の種類」に視点をもった問いがつくりだされた【資料21】。最後に、これまで解決することができなかった問いを解決する「単元レポート」では、「四角形の中点連結定理は存在するか」を解決していき、まとめとして「三角形の中点連結定理を使えば解決することができた」といった統合的な考察が見られた【資料22】。抽出生Bも抽出生Aと同様な見通しをもつことができ、「円は常に相似である」という記述が見られた。また、抽出生Bは振り返りシートを用いて、見通しをもつために必要な考え方を整理する記述が見られ、振り返りシートが手立てとして有効であった。さらに、問いストーリーシートを用いて「高さだけが異なる場合はどうなるのか」といった「線分の種類」に視点をもった問いがつくりだされた【資料23】。

【資料21】 抽出生Aの見通しと振り返りシートと問いストーリーシート

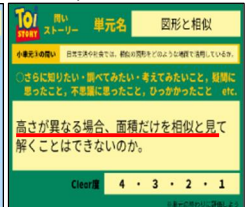
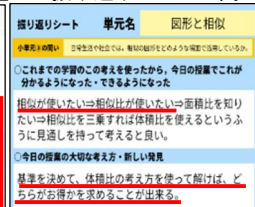
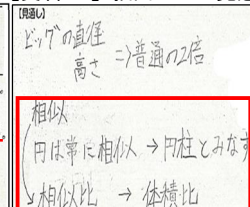


「条件不足」問題を設定したことにより抽出生Aは、相似かどうかを調べる必要性に気付くことができ、相似比から体積比という見通しをもつことができた。また、振り返りシートを用いて、既習内容と関連付けて解決する必要性について整理する記述が見られ、振り返りシートが手立てとして有効であった。さらに、問いストーリーシートを用いて、「常に相似である円以外の図形ではどうなるのか」といった「図形の種類」に視点をもった問いがつくりだされた【資料21】。最後に、これまで解決することができなかった問いを解決する「単元レポート」では、「四角形の中点連結定理は存在するか」を解決していき、まとめとして「三角形の中点連結定理を使えば解決することができた」といった統合的な考察が見られた【資料22】。抽出生Bも抽出生Aと同様な見通しをもつことができ、「円は常に相似である」という記述が見られた。また、抽出生Bは振り返りシートを用いて、見通しをもつために必要な考え方を整理する記述が見られ、振り返りシートが手立てとして有効であった。さらに、問いストーリーシートを用いて「高さだけが異なる場合はどうなるのか」といった「線分の種類」に視点をもった問いがつくりだされた【資料23】。

【資料22】 抽出生Aの解決できなかった問いのレポート

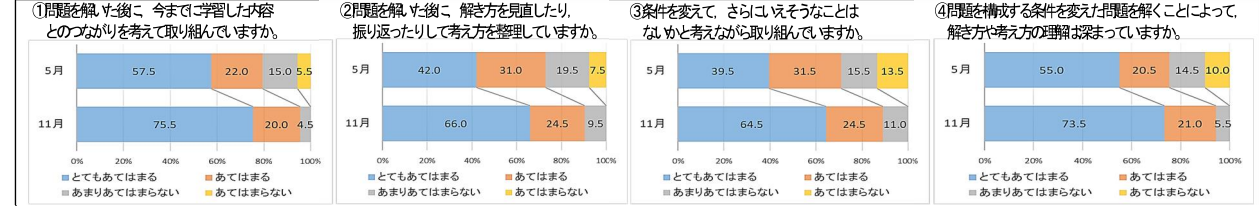


【資料23】 抽出生Bの見通しと振り返りシートと問いストーリーシート



イ 学級全体の変容について

【資料 24】学級全体の数学の授業に関するアンケート結果



【資料24】において、①と②は既習の内容と比較したり、関連付けたり、自分の考えを整理したりするような「振り返りの工夫」の視点から統合的に考察しているかという内容であり、③と④は問題を構成する条件を変えたらどうなるのかといった「問いが生まれる問題設定」の視点をもって発展的に考察しているかという内容である。どの質問項目も数値の上昇が見られ、統合的・発展的に考察する生徒を育てる上で、「問いが生まれる問題設定」と「振り返りの工夫」を繰り返し仕組んで授業を行ったことが有効に働いたと考える。

【資料 25】抽出生 A と抽出生 B の数学の授業に関するアンケート結果

		①問題を解いた後に、今までに学習した内容とのつながりを考えて取り組んでいますか。	②問題を解いた後に、解き方を見直したり、振り返りして考え方を整理していますか。	③条件を変えて、さらにいさうなことはないかと考えながら取り組んでいますか。	④条件を変えた問題を解くことによって、解き方や考え方の理解は深まっていますか。
抽出生 A	5月	あてはまる	あまりあてはまらない	あまりあてはまらない	あまりあてはまらない
	11月	とてもあてはまる	あてはまる	とてもあてはまる	あてはまる
抽出生 B	5月	あてはまる	あてはまらない	あてはまらない	あてはまらない
	11月	あてはまる	あてはまる	あてはまる	あてはまる

また、【資料25】は、抽出生 A と抽出生 B のアンケート結果である。学級全体と同様に 5 月よりあてはまる項目が増え、有効に働いたと考える。

5 研究の成果と課題（○は成果、●は課題）

- 各段階のねらいに応じて、「問いが生まれる問題設定」と「振り返りの工夫」を仕組んで授業を行ったことで、以下の成果が明らかになった。
 - 「問いが生まれる問題設定」の視点で、生徒の問いストーリーから生まれた新たな問いを 5 つの問いの分類に適用し問題設定することで「この数学的な表現を使ってみよう」「条件が変わってもこれまでと同様に成り立ちそう」など、既習内容を基に問題解決の見通しをもつ生徒の姿が見られた。
 - 「振り返りの工夫」の視点で、板書カードを用いて既習内容と新たな内容とを比較させたり、関連付けたりした後に、振り返りシートを用いて見いだした数学的な見方・考え方を整理したり、問題を構成する条件を変えたりすることによって新たな視点が必要になることに気付かせることができた。
 - 「問いが生まれる問題設定」と「振り返りの工夫」の視点で、新たな問題や事象を解決した後に、「問題を構成する条件が変わってもこれまでと同じように成り立つのか」など、見いだした数学的な見方・考え方をもとに新たな問いをつくりだす姿が見られた。
- 統合的に考察させる際に板書カードが提示するのみになってしまう、比較する視点が生徒にとって分かりづらかった。「前回と同じように解決できたのはなぜか」「既習内容との考え方を比較するときの視点はどのようなものがあるか」などをより生徒に見いださせるために、板書カードに印をつけさせ、その理由を問うなど、手立てを工夫する必要がある。
- 発展的に考察させる際に「問題を構成する条件が変わってもこれまでと同様に成り立つのか」という視点でつくりだされた新たな問いが、焦点化されず広い範囲のものになってしまった。より本質的な問いに迫るべく、つくりだされた問いがこれまでの問いと相互に関連付けられていることに気付かせ、その結果、問いの連鎖が発生することが視覚的に分かるシートなど、手立てを工夫する必要がある。

6 研修を修了しての感想

数学的な見方・考え方における「統合的な考察」と「発展的な考察」が、数学的に考える資質・能力の育成に関して、数学の様々な領域で広く働いているものであると改めて感じた。今後は、問題解決の場面や日常生活や社会において、新たな問題や事象を解決する際に生徒自らの力で統合するために必要な視点や見方に気付き、その結果どのようなことが分かったのかをまとめたり、まとめから生徒自らによってつくりだされた問いの質が本質的な問いに迫ったり、それら全体を体系化したりできるような「統合的・発展的に考察する生徒」を目指して追究していきたいと考えている。

備 考

○ 在籍校 春日市立春日西中学校 電話番号 (092) 572-7355

1 単 元 「三平方の定理」

2 指導観

- 昔、毎年ナイル川の氾濫によって失われた農地を復元するために測量の技術が研究され、経験的に三平方の定理を求めていった。このことが現在立ち並ぶ超高層ビルなどの大きな建造物をつくることを可能にしており、三平方の定理の存在が現代社会の発展や各分野での進歩につながっている。

本単元は、直角三角形の3辺の長さや正方形の面積の関係について見通しをもち、既習内容と比較したり、関連付けたりすることを通して、新たな図形の性質を見いだしたり、それを整理し、問題を構成する条件を変えながら新たな問いをつくりだしたりすることで、三平方の定理の適用範囲を広げることがねらいとしている。学習内容としては、直角三角形の3辺の長さや正方形の面積の関係、平面図形や空間図形への応用、三平方の定理を用いた図形に関する性質の考察、三平方の定理を具体的な場面で活用することなどがある。これらの学習を通して、直角三角形の3辺の長さや正方形の面積の関係を表す代数的な見方と、直角三角形の各辺を1辺とする3つの正方形の面積の関係を表す幾何学的な見方から、「数と式」領域と「図形」領域を統合的に考察する力を培うことができる。また、問題を構成する条件を変えながら三平方の定理を用いて新たな図形の性質を見いだす中で、数学的な事象を発展的に考察する力を培うことができることから本単元は大変意義深い。

個人情報保護のため、
生徒観は省略しています。

- 本単元の指導にあたっては、問いが生まれる問題を設定し、既習の図形の性質と比較したり、関連付けたりしながら解決過程を振り返る活動を通して、新たな図形の性質を見だし、問題を構成する条件を変えてもその図形の性質は適用できるのかという視点で新たな問いをつくりだすことで、三平方の定理の適用範囲が広がることに気付かせたい。そのためにまず「出合う」段階では、直角三角形と正方形の関係を探らせる。ここでは、三平方の定理を見いださせるために、同じ大きさと異なる大きさの正方形を比較させたり、見いだした共通点を整理させたりして、証明の必要性に視点をもつ問いをつくりださせる。次に「深める」段階では、直角三角形の辺の長さの関係を探らせる。ここでは、問いストーリーシートを用いた問題を設定し、板書カードを用いて解決過程を比較させ、さまざまな図形の面積や体積に視点をもつ問いをつくりださせる。さらに、三平方の定理を用いて図形の性質を探らせる。ここでは、問いストーリーシートを用いた問題を設定し、板書カードを用いて共通する考え方に印をつけさせ、線分や図形に視点をもつ問いをつくりださせる。最後に「使う」段階では、具体的な事象の中で三平方の定理を活用して解決させる。ここでは、日常の事象を理想化した問題の解決過程を比較させ、三平方の定理の適用範囲の問いをつくりださせる。

3 目 標

- 直角三角形の3辺と3つの正方形の面積の関係を理解し、それを証明したり、三平方の定理を活用して線分の長さや面積などを求めたりすることができる。
- 三平方の定理を基にして、既習の図形の性質と関連付けて、図形に表れる新たな性質を見だし、論理的に考察することができる。
- 三平方の定理について、その美しさやよさを実感したり、それを具体的な場面で活用したりしようとする。

4 計画 (14 時間)

知：知識・技能 思：思考・判断・表現 態：主体的に学習に取り組む態度

段階	配時	学習活動・内容	手だて(○), 研究に関わる手だて(◎)	評価規準
出 合 う	3	1 中小2つの正方形の辺と新しい正方形の辺の関係を探る。 (1) 中小2つの正方形を分解し組み合わせ、1つの正方形をつくる。選択 3つの正方形の面積の関係 - 直角三角形の存在 【単元の問い】直角三角形の辺と正方形の面積の関係には、どのような性質が成り立つのか。 (2) 直角三角形の3辺と3つの正方形の面積の関係を、文字式を用いて証明する。正誤 - 三平方の定理 $a^2 + b^2 = c^2$ (3) 直角三角形のまわりになされる正方形の面積の関係を、等積変形を用いて証明する。正誤 $P + Q = R$ の証明	◎ 直角三角形と3つの正方形の面積の関係を思いださせるために、2つの正方形が同じ大きさである場合と異なる大きさである場合とを比較させ、共通点を整理させる。 ○ 文字式を用いて証明させるために、「ある条件を満たせば、いつでも正方形をつくることができるのか」という問いストーリーシートを用いる。 ○ 等積変形を用いて説明させるために、「正方形を分解したり組み合わせたりせずに説明できないか」という問いストーリーシートを用いる。	態：直角三角形と3つの正方形の面積の関係を思いだそうとしたり、単元の問いをつくらうとしている。 知：直角三角形の辺と正方形の面積の関係から、三平方の定理を見いだすことができる。 思：等積変形を用いて三平方の定理が成り立つことを説明することができる。
	9	【小単元①の問い】直角三角形の2辺から残りの辺は求められるのか。 2 直角三角形の辺の長さの関係を探る。 (1) 3種類の三角形の3辺の関係を調べる。発見 - 直角三角形、鋭角三角形、鈍角三角形の3辺の関係 - 三平方の定理の逆 (2) 平面図形における線分の長さを求める。求答 - 直角三角形の2辺から残りの辺の長さを求める (3) 直角三角形を含む図形の線分の長さや面積の求め方を調べる。発見 - 直角三角形の1辺から残りの辺の長さを求める - 三角定規の3辺の長さの比 (4) 高さが分かっている三角形の面積を調べる。選択 - 高さになる部分に補助線を引く - 連立2元2次方程式を用いる (5) 空間図形における対角線や表面積、体積を求める。正誤 - 直方体の対角線の長さ - 底面の半径と高さが異なる円錐 【小単元②の問い】三平方の定理を用いた図形の性質には、どのようなものがあるだろうか。 3 三平方の定理を用いて、図形の性質を調べる。 (1) 底辺を二等分する線分と線分の比の関係を調べる。正誤 - 中線定理(パプスの定理) (2) 正方形の中に1個ずらしてできる最も小さな正方形の個数を調べる。求答 a 等分してできる正方形の個数は $(a^2 + 1)$ 個分	○ 鋭角三角形や鈍角三角形の3辺上につくった正方形の面積計算を比較させるために、いろいろな辺の長さの三角形を作図させる。 ○ 三平方の定理を見いださせるために、方眼を用いた問題を仕組む。 ○ 長さを求める線分を1辺とする直角三角形を見いださせるために、補助線を必要とする問題を仕組む。 ◎ 共通する考え方を見いださせるために、板書カードを用いて3種類の三角形の解法を比較させ、共通点を整理させる。 ○ 視覚的に必要な辺の長さを捉えさせるために、見取図に補助線を引かせて、直角三角形を見いださせる。	態：3種類の三角形の3辺の関係を、三平方の定理を根拠に見いだそうとしている。 知：直角三角形の2辺の長さから、残りの1辺の長さを求めることができる。 知：直角三角形の1辺の長さから、残りの2辺の長さを求めることができる。 思：連立2元2次方程式など、解法に共通する考え方を考察し、表現することができる。 知：三平方の定理が適用できるように、長さを求める線分を1辺とする直角三角形を見いだすことができる。 思：三角形の底辺の二等分線の関係を、三平方の定理を用いて見いだすことができる。 思：もとの正方形とずらしてできた正方形の個数の求め方を考察し、表現することができる。
本 時		(3) 正方形の中に2個以上ずらしてできる最も小さな正方形の個数を調べる。求答 直角三角形の1辺を文字とおき、正方形と直角三角形に分けて考えると、a 等分 b ずらしてできる正方形の個数は $(a^2 + b^2)$ 個分になる	◎ 解決過程を振り返り、共通する考え方を見いださせるために、板書カードに印をつけさせ、その理由を表出させる。	思：ずらしてできる中の正方形や直角三角形をつくることや文字の表し方など、解決過程に共通する考え方を考察し、表現することができる。
		(4) 直角三角形のまわりになされる図形の面積の関係を調べる。発見 直角三角形のまわりになされる図形が相似な図形であれば、すべて $ka^2 + kb^2 = kc^2$ で表せる	◎ 共通する考え方を見いださせるために、板書カードを用いて解決過程を比較させ、共通点を整理させる。	思：三平方の定理や相似な図形など、解法に共通する考え方を考察し、表現することができる。
使 う	2	【小単元③の問い】日常生活や社会では、三平方の定理をどのような場面で活用しているのか。 4 具体的な事象を、三平方の定理を活用して解決する。 (1) 富士山から見渡せる範囲を考える。条件不足 - 半径と接線の関係 (2) 部屋で作った棚を部屋の外に取り出す方法を考える。条件不足 - 長さを求める線分を1辺とする直角三角形	○ 日常生活で三平方の定理を使うことができることに気づかせるために、実測では求められない場面を設定する。 ◎ 三平方の定理が用いられた根拠を明らかにさせるために、板書カードを用いて解決過程を比較させ、共通点を整理させる。	思：事象を理想化して、三平方の定理を見だし、問題を解決できる。 態：三平方の定理の有用性を高めようとしている。

5 本 時 令和5年2月1日(水) 第5校時 計画 第三次の3 3年1組教室にて

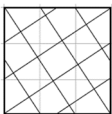
(1) 主 眼

○ 1個ずらした正方形と2個以上ずらした正方形のものと図形とずらしてできた図形の個数の関係について比較する活動を通して、着目する図形や文字の表し方など共通する考え方を考察し、表現することができる。

(2) 準 備

- ①前時の問いストーリーシート ②問題を書いた模造紙 ③学習プリント ④前時の板書
⑤図をのせたロイロカード ⑥板書カード ⑦振り返りシート ⑧本時の問いストーリーシート

(3) 過 程

学習活動・内容	準備	手だて (○), 研究に関わる手だて (◎), 評価 (◇)	形態	配時
1 新たな問いから、2個以上ずらしてできる小さな正方形が何個分できるか予想させる。 ・もとの正方形と1個ずらしてできた正方形の関係 ・(a^2+1) 個分	① ② ③ ④	◎ 新たな問いにつなげるために、前時につくりだした問いストーリーシートの「2個ずらしたら小さな正方形の何個分になるのか」を提示する。 ◎ 既習の内容と関連付けさせるために、「求答」問題を提示する。 【問いが生まれる問題設定】 ○ 前時と本時の解決過程を比較させるために、【問題】の図を前時と同様に「3等分2ずらし」とすることを全体共有する。 ○ 解決を進める手がかりを見つけさせるために、前時の板書を用いて解決するよう促す。 ○ 文字を用いて解決させるために、いつでも成り立つには何を使って証明すればよいか問う。	一斉 ↓ ペア ↓ 一斉	15
【問題】もとの正方形の面積は、2個以上ずらしてできた最も小さな正方形の面積の何個分だろうか。求答				
【学習課題】もとの正方形の面積は、2個以上ずらしてできた最も小さな正方形の面積の(a^2+b^2)個分になるか、図形と関連付けて説明しよう。				
めあて ずらし方の異なる考え方を比較して、共通する考え方を探ろう。				
2 もとの正方形の面積は、2個以上ずらしてできた小さな正方形の面積の何個分か、文字を用いて解決する。 ・a 等分b ずらし ・(a^2+b^2) 個分	④ ⑤	○ 解決を進める手がかりを見つけさせるために、図をロイロノートに送り、ICT上で解決方法の見通しをもたせる。 ○ 自分の解法が図形と関連付けられた表現になっているかを振り返らせるために、他者とプリントを交換させる。	個 ↓ 小集団 ↓ 一斉	18
3 1個ずらしてできた正方形と2個以上ずらしてできた正方形の解決過程を比較する。 ・解決過程に共通する考え方 ・三平方の定理の発見	⑥	◎ 1個ずらしてできた正方形と2個以上ずらしてできた正方形の解決過程に共通する考え方を見いださせるために、板書カードに印をつけさせ、その理由を表出させる。 【結果や過程の振り返り】 ○ 三平方の定理につなげるために、前時につくりだした問いストーリーシートの「今回の問題が三平方の定理とどのような関係があるのか」を提示する。	個 ↓ ペア ↓ 一斉	10
4 もとの正方形の面積とずらしてできた小さな正方形の面積の関係について考察したことを整理し、新たな問いをつくる。 ・ずらしたときにできる中の正方形とその周りにできる直角三角形 ・文字の表し方 ・三平方の定理の必要性 ・図形や線分のずらし方に視点をもった問い	⑦ ⑧	○ 解決過程に共通する考え方を生徒の言葉でまとめさせるために、文章を書かせる活動を設定する。 ◎ 見いだした数学的な見方・考え方から新たな問いをつくりださせるために、疑問に思ったことなどを問いストーリーシートに記入させる。 【新たな問いの表出】 ◇ 解決過程を振り返り、着目する図形や文字の表し方など解決過程に共通する考え方について記述できているか。 <学習プリント分析, 振り返りシート(ロイロノート)>	一斉 ↓ ペア ↓ 一斉	7

